Astro-ph Seminar 2021.06.08 (大澤)

Polynomial expansion of the star formation history in galaxies

submitted to A&A

D. Jiménez-López, Y. Ascasibar

Departamento de Física Teórica, Universidad Autónoma de Madrid, Campus de Cantoblanco, Madrid 28049, Spain.
e-mail: daniel.jimenezl@estudiante.uam.es, yago.ascasibar@uam.es

Context. There are typically two different approaches to infer the mass formation history (MFH) of a given galaxy from its luminosity in different bands. Non-parametric methods are known for their flexibility and accuracy, while parametric models are more computationally efficient.
Aims. In this work we propose an alternative that combines the advantages of both techniques, based on a polynomial expansion around the present time.
Methods. In our approach, the MFH is decomposed through an orthonormal basis of N polynomia in lookback time. To test the proposed framework, synthetic observations are generated from models based on common analytical approximations (exponential, delayed-τ and Gaussian star formation histories). A normalized distance is used to measure the quality of the fit, and the input MFH are compared with the polynomial reconstructions both at the present time as well as through cosmic evolution.
Results. The observed luminosities are reproduced with an accuracy of around 10 per cent for a constant star formation rate (N=1) and better for higher-order polynomia. Our method provides good results on the reconstruction of the total stellar mass, star formation rate and even its first derivative for smooth star formation histories, but it has difficulties in reproducing variations on short timescales and/or star formation histories peaking at the earliest times of the Universe.
Conclusions. The polynomial expansion appears to be a promising alternative to other analytical functions used in parametric methods, combining both speed and flexibility.

Background

観測したSED(現在の値)から Mass Formation History (Star Formation History)を推定する逆問題

現在、広く用いられている手法を大きく分類すると、

1. non-parametric method (時代で分割してその時の star formation rate を決める)
2. parametric method (exponential, delayed-τ など関数形を定めてそのパラメタを求める)

non-parametric method の方が自由度が高いが、最適化のコストが高くなりがちである。

この論文では MFH を多項式展開することで手軽さと自由度の両立を目指す。

Formulation

本論文で構築するのは observed SED → MFH へと変換する手続き。

形成される星の initial mass function や、SSP evolution 等は既知とする。

以下では時間軸は normalized look-back time をとる。(現在: $\hat{t}=0$, 宇宙誕生: $\hat{t}=1$)

Mass Formation History は次の式で書ける。

$$M(\hat{t}) = \int_0^{(1-\hat{t})t_0} \Psi(t)\,dt$$

($\Psi(t)$: star formation rate.)

ここで $M(\hat{t})$ を $\hat{t}$ の N 次の多項式で近似することを考える。

$M(\hat{t})$ を構成する最小の要素として次の項を定義する。

$$M_n^{(N)}(\hat{t}) := \hat{t}^n - \hat{t}^N \quad \left(M_n^{(N)}(\hat{t}) \geq 0\right)$$

この制約のせいで多項式の中でも特定の形しか表現できなくなっている?

$M(\hat{t})$ の基底関数として $B_i^{(N)}(\hat{t})$ を定義する。

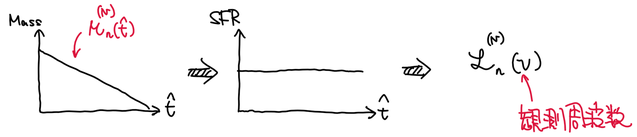
$$B_i^{(N)}(\hat{t}) = \sum_{n=0}^{i} \beta_{n,i}^{(N)} M_n^{(N)}(\hat{t})$$

$\beta_{n,i}^{(N)}$ の決め方がポイント(後述)

$M(\hat{t})$ を展開すると次のようになる

$$M(\hat{t}) = \sum_{i=0}^{N} \delta_i^{(N)} B_i^{(N)}(\hat{t}) = \sum_{i=0}^{N}\sum_{n=0}^{i} \delta_i^{(N)} \beta_{n,i}^{(N)} M_n^{(N)}(\hat{t})$$

次に SSP の evolution を用いて MFH が $M_n^{(N)}(\hat{t})$ だった時の銀河の luminosity を観測波長毎に計算する。



よって $M(\hat{t})$ が $B_i^{(N)}(\hat{t})$ だったときに $\hat{t}=0$ で観測される luminosity は

$$L_i^{(N)}(\nu) = \sum_{n=0}^{i} \beta_{n,i}^{(N)} \mathcal{L}_n^{(N)}(\nu)$$

と定義される。ここで、$\beta_{i,n}^{(N)}$ を次の式を満たすように定義する。

$$\sum_\nu L_i^{(N)}(\nu) L_j^{(N)}(\nu) = \delta_{i,j}$$

$L_i^{(N)}(\nu)$ と $L_j^{(N)}(\nu)$ が正規直交規定を張る

観測量 $L_{obs}(\nu)$ とモデル $L_M(\nu) = \sum_{i=0}^{N} \delta_i^{(N)} L_i^{(N)}(\nu)$ の残差

$$d^2 = \sum_\nu \left[L_{obs}(\nu) - L_M(\nu)\right]^2$$

この定義では波長間で誤差が等しいことを想定

を最小化する展開係数 $\delta_i^{(N)}$ は $\delta_i^{(N)} = \sum_\nu L_i^{(N)}(\nu) L_{obs}(\nu)$ で得られる。

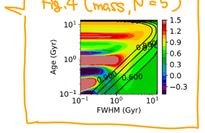
(M(t)の展開係数でもある ⇒ M(t)が求まる。

Numerical Verification

star formation history として exponential decay (τ), delayed-τ decay (τ), Gaussian (α, σ) を採用して計算した $\hat{t}=0$ の SED から MFH をどこまで再現できるか ($N_\nu=5$)

- 一般に N が大きい方が残差が小さくなる(≠ MFH の再現性)
- t=0 での mass 及び SFR は N=4,5 ならそこそこの精度で再現
- SFR に細かい構造があると unphysical な値になることも

Fig.4 (mass, N=5)



誤差の考察, dust & metallicity, Bayes推定の導入 あたりが今後の課題

N を変化させたときの $\mathcal{L}_n^{(N)}(\nu)$ のリスト

N	$\mathcal{M}_0^{(N)}(\hat{t})$	$\mathcal{L}_0^{(N)}(u)$	$\mathcal{L}_0^{(N)}(g)$	$\mathcal{L}_0^{(N)}(r)$	$\mathcal{L}_0^{(N)}(i)$	$\mathcal{L}_0^{(N)}(z)$
1	$1-\hat{t}$	$1.22\cdot10^{30}$	$1.08\cdot10^{32}$	$1.13\cdot10^{32}$	$7.33\cdot10^{31}$	$1.28\cdot10^{31}$
2	$1-\hat{t}^2$	$1.73\cdot10^{30}$	$3.15\cdot10^{31}$	$4.89\cdot10^{31}$	$3.63\cdot10^{31}$	$7.01\cdot10^{30}$
	$\hat{t}-\hat{t}^2$	$-1.04\cdot10^{31}$	$-7.60\cdot10^{31}$	$-6.39\cdot10^{31}$	$-3.70\cdot10^{31}$	$-5.78\cdot10^{30}$
3	$1-\hat{t}^3$	$1.18\cdot10^{30}$	$2.40\cdot10^{31}$	$3.96\cdot10^{31}$	$3.01\cdot10^{31}$	$5.94\cdot10^{30}$
	$\hat{t}-\hat{t}^3$	$-1.10\cdot10^{31}$	$-8.36\cdot10^{31}$	$-7.31\cdot10^{31}$	$-4.31\cdot10^{31}$	$-6.85\cdot10^{30}$
	$\hat{t}^2-\hat{t}^3$	$-5.55\cdot10^{29}$	$-7.54\cdot10^{31}$	$-9.20\cdot10^{30}$	$-6.15\cdot10^{30}$	$-1.07\cdot10^{30}$
4	$1-\hat{t}^4$	$1.02\cdot10^{30}$	$2.16\cdot10^{31}$	$3.63\cdot10^{31}$	$2.78\cdot10^{31}$	$5.51\cdot10^{30}$
	$\hat{t}-\hat{t}^4$	$-1.12\cdot10^{31}$	$-8.59\cdot10^{31}$	$-7.64\cdot10^{31}$	$-4.54\cdot10^{31}$	$-7.27\cdot10^{30}$
	$\hat{t}^2-\hat{t}^4$	$-7.13\cdot10^{29}$	$-9.93\cdot10^{30}$	$-1.25\cdot10^{31}$	$-8.49\cdot10^{30}$	$-1.49\cdot10^{30}$
	$\hat{t}^3-\hat{t}^4$	$-1.58\cdot10^{29}$	$-2.38\cdot10^{30}$	$-3.31\cdot10^{30}$	$-2.34\cdot10^{30}$	$-4.25\cdot10^{29}$
5	$1-\hat{t}^5$	$9.43\cdot10^{29}$	$2.04\cdot10^{31}$	$3.46\cdot10^{31}$	$2.66\cdot10^{31}$	$5.30\cdot10^{30}$
	$\hat{t}-\hat{t}^5$	$-1.12\cdot10^{31}$	$-8.71\cdot10^{31}$	$-7.81\cdot10^{31}$	$-4.67\cdot10^{31}$	$-7.50\cdot10^{30}$
	$\hat{t}^2-\hat{t}^5$	$-7.89\cdot10^{29}$	$-1.11\cdot10^{31}$	$-1.42\cdot10^{31}$	$-9.70\cdot10^{30}$	$-1.72\cdot10^{30}$
	$\hat{t}^3-\hat{t}^5$	$-2.34\cdot10^{29}$	$-3.55\cdot10^{30}$	$-5.00\cdot10^{30}$	$-3.55\cdot10^{30}$	$-6.48\cdot10^{29}$
	$\hat{t}^4-\hat{t}^5$	$-7.54\cdot10^{28}$	$-1.16\cdot10^{30}$	$-1.68\cdot10^{30}$	$-1.21\cdot10^{30}$	$-2.23\cdot10^{29}$

↑ n=0 項以外は luminosity が負になる

正規直交規定を張るための係数 $\beta_{n,i}^{(N)}$

N	$\beta_{0,i}^{(N)}$	$\beta_{1,i}^{(N)}$	$\beta_{2,i}^{(N)}$	$\beta_{3,i}^{(N)}$	$\beta_{4,i}^{(N)}$
1	$5.78\cdot10^{-33}$				
2	$1.45\cdot10^{-32}$				
	$4.04\cdot10^{-32}$	$2.78\cdot10^{-32}$			
3	$1.80\cdot10^{-32}$				
	$4.90\cdot10^{-32}$	$2.42\cdot10^{-32}$			
	$5.28\cdot10^{-31}$	$-2.06\cdot10^{-31}$	$3.96\cdot10^{-30}$		
4	$1.96\cdot10^{-32}$				
	$5.38\cdot10^{-32}$	$2.34\cdot10^{-32}$			
	$6.45\cdot10^{-31}$	$-2.00\cdot10^{-31}$	$3.13\cdot10^{-30}$		
	$2.01\cdot10^{-30}$	$1.24\cdot10^{-31}$	$-1.45\cdot10^{-29}$	$7.41\cdot10^{-29}$	
5	$2.06\cdot10^{-32}$				
	$5.66\cdot10^{-32}$	$2.31\cdot10^{-32}$			
	$7.17\cdot10^{-31}$	$-1.98\cdot10^{-31}$	$2.87\cdot10^{-30}$		
	$2.20\cdot10^{-30}$	$1.10\cdot10^{-31}$	$-1.30\cdot10^{-29}$	$5.05\cdot10^{-29}$	
	$1.05\cdot10^{-29}$	$-9.68\cdot10^{-31}$	$8.24\cdot10^{-29}$	$-1.19\cdot10^{-27}$	$3.10\cdot10^{-27}$

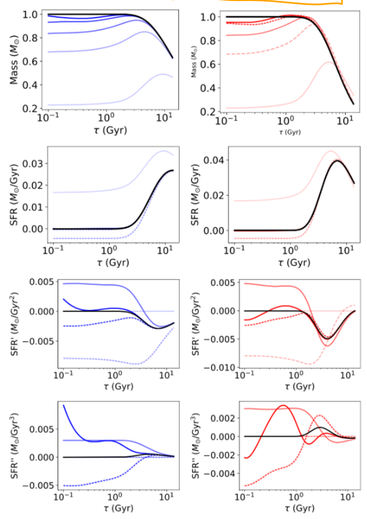


Fig. 3. Estimates, from top to bottom, of the total stellar mass formed, star formation rate, and its first and second time derivatives, reconstructed at the present time ($\hat{t}$=0) for the exponential (left) and delayed-τ (right) synthetic star formation histories with different timescales τ, compared with the correct values (black solid lines).

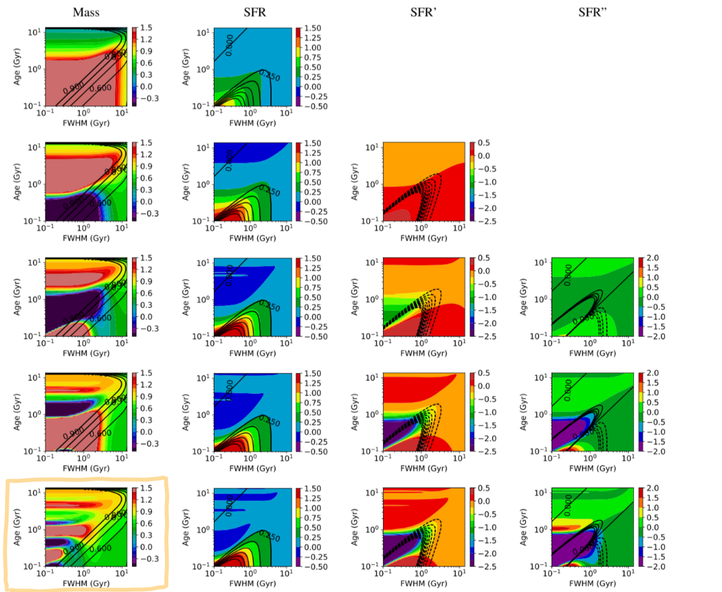


Fig. 4. Estimates, from left to right, of the total stellar mass formed, star formation rate, and its first and second time derivatives, reconstructed at the present time ($\hat{t}$=0) for the Gaussian synthetic star formation histories with different ages and full-width half maxima, compared with the correct values (black contours) for N = 1 (top) to 5 (bottom).

Fig. A.1 exponential cases (part)

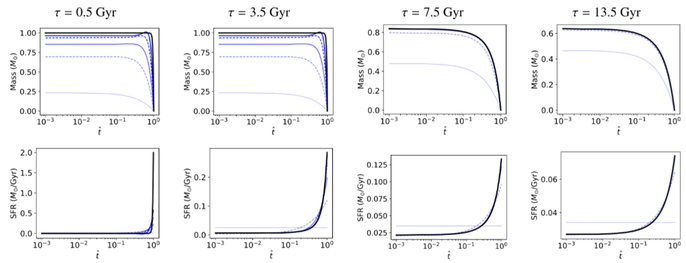


Fig. A.2 delayed-τ decay cases (part)

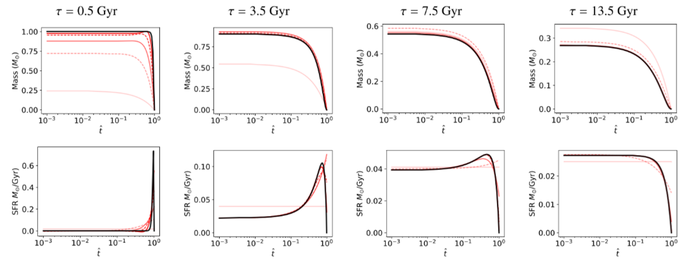
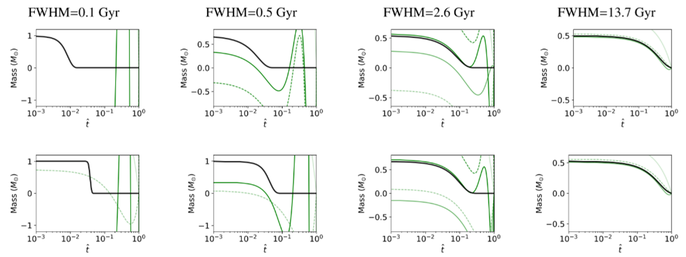



Fig. A.3 Gaussian cases (MFH, part)